受験番号	

２０１７（平成２９）年度（１０月入学）

２０１８（平成３０）年度（　４月入学）

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻

５年一貫制博士課程

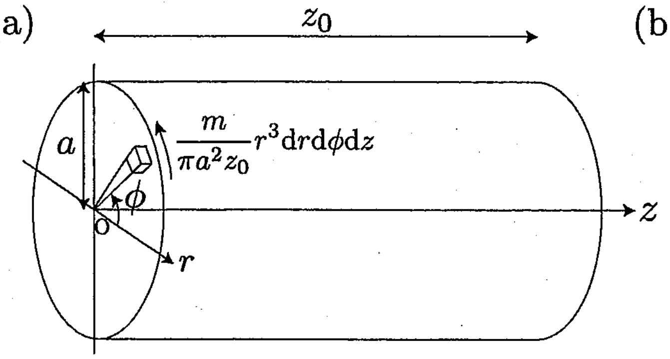
入学者選抜試験　筆記（専門科目）問題

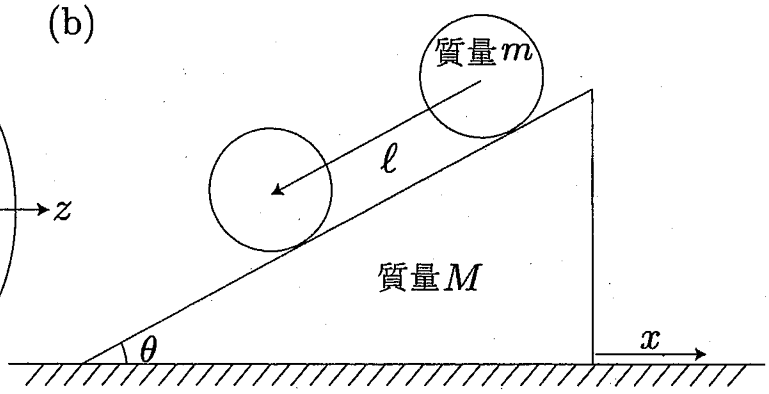
【注意事項】

・ 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
・ 本問題冊子は，６ページ（本紙を除く）である。
　落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
・ ６題の試験問題の中から，３題を選択，解答すること。
・ 選択した問題１題につき１枚（両面使用可）の解答用紙を使用すること。
　追加の解答用紙が必要な場合は、試験監督者に申し出ること。
・ 問題冊子の表紙の指定箇所に受験番号を必ず記入すること。
・ 全ての解答用紙の指定箇所に選択問題番号及び受験番号を必ず記入すること。
・ 問題冊子の余白は計算に用いてよい。
・ 問題冊子及び解答用紙は持ち帰らないこと。

問題番号	専門科目－Ｉ（古典力学）

1. 質量 m、半径 a、長さ z_0 の密度が均一の円柱を考える。図 (a) のような円柱座標系 (r, ϕ, z) を考えた場合、微小質量の中心軸周りの慣性モーメントは $\dfrac{m}{\pi a^2 z_0} r^3 \mathrm{d}r\mathrm{d}\phi\mathrm{d}z$ と表すことができる。この微小質量の慣性モーメントを r、ϕ、z について積分することにより、円柱の中心軸周りの慣性モーメントを求めよ。





2. 傾斜角 θ を持つ三角柱の斜面を上記の円柱が回転することなしに滑る場合を考える。ここで三角柱の質量を M とし、三角柱は水平方向に摩擦なしに動けるものとする。図 (b) のように、円柱の重心が斜面方向に距離 ℓ だけ降下するときに、三角柱が水平方向に移動する距離を x とする（x の矢印の向きを正とする）。このとき、水平方向の運動量は保存するものとして、その運動量保存の式を $\dot{x}$、$\dot{\ell}$、M、m、θ を用いて書け。ただし、$\dot{x} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$、$\dot{\ell} = \dfrac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}t}$ とし、t は時間とする。
3. 問 2. で求めた運動量保存の式を用いて、x を求めよ。ただし、$t = 0$ のとき、$x = 0$、$\ell = 0$ とする。
4. 今度は三角柱の斜面を円柱が滑ることなしに回転する場合を考える。滑る場合と回転する場合でそれぞれ $\dot{\ell}$ をエネルギー保存の式を使って求めよ。また、どちらの場合に円柱が速く落下するか答えよ。

問題番号	専門科目－Ⅱ（電磁気学）

真空中に無限に広い２枚の薄い導体板を図のように h だけ離して平行に置き、どちらも接地する。導体板間は、$+q(q>0)$ の電荷を持つ一様な数密度 n のイオンで満たされている。この時、以下の問いに答えよ。ただしイオンは動かないものとし、真空の誘電率を ε_0 とする。

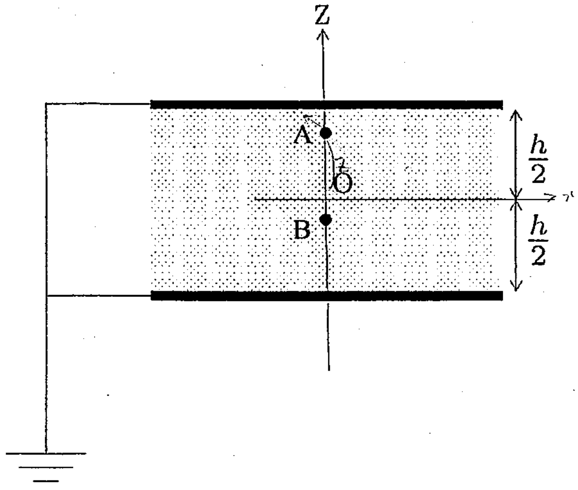
1. 図中の点A、点Bにおける電場ベクトル（大きさと向き）を矢印で図示せよ。尚、解答用紙には下図を簡単に模写したうえで点A、点Bを起点とする矢印で示すこと。電場の大きさ（矢印の長さ）は定性的な描写で構わない。

次に、それぞれの導体板に直交するＺ座標を図のようにとる。原点Ｏは２枚の導体板から等距離にある点とする。

2. 導体板間のＺ軸上の点 $z\ (-\frac{h}{2}<z<\frac{h}{2})$ における電場の大きさ E を求め、それを z の関数として図示せよ。
3. 導体板間のＺ軸上の点 $z\ (-\frac{h}{2}<z<\frac{h}{2})$ における電位 V を求め、それを z の関数として図示せよ。

次に、導体板間のＺ軸上の点 $z_0(0<z_0<\frac{h}{2})$ に電荷 $-e(e>0)$、質量 m の電子を置き、時刻 $t=0$ で静かに離すと、電子は問2.で求めた電場による力を受けて運動を始める。電子と個々のイオンとの衝突は起こらないものとして以下の問いに答えよ。ただし、重力は無視できるものとする。

4. 時刻 t における電子の位置を z として、電子の運動方程式を記述せよ。
5. 問4.の方程式を解くことにより、電子はどのような運動をするか論ぜよ。

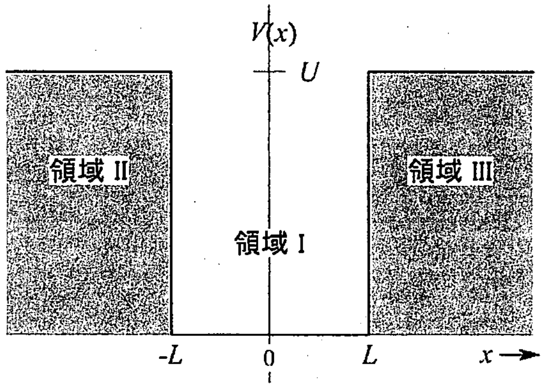


総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成２９年度１０月入学・平成３０年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－Ⅲ（量子力学）

下図と式 (1) に示すような幅 $2L$ で高さ U の 1 次元ポテンシャル障壁の内外における質量 m を持つ粒子の波動関数を考える。ここで、波動関数が式 (2) で示したような時間に依存しない 1 次元シュレディンガー方程式に従うものとし、L と U は正の実数で、運動エネルギーの期待値はポテンシャル障壁の高さ U を超えないものとする。なお、$\hbar \equiv \dfrac{h}{2\pi}$ であり、h はプランク定数である。また、E は式 (2) の波動関数 $\psi(x)$ のエネルギー固有値とする。

以下の問 1. から 4. に答えよ。



$$V(x) = \begin{cases} 0 & (\text{領域 I} : -L < x \leq L) \\ U & (\text{領域 II} : x \leq -L) \\ U & (\text{領域 III} : x > L) \end{cases} \tag{1}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\right]\psi(x) = E\psi(x) \tag{2}$$

1. k と λ を、それぞれ $k^2 = \dfrac{2mE}{\hbar^2}$ と $\lambda^2 = \dfrac{2m(U-E)}{\hbar^2}$ として、図の I、II、III それぞれの領域におけるシュレディンガー方程式を変形せよ。

2. 問 1. で変形したシュレディンガー方程式より、領域 I における波動関数の一般解を求めよ。

3. 問 1. で変形したシュレディンガー方程式より、領域 II と III 内の波動関数の一般解を求めよ。なお、$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\psi_{\mathrm{II}}(x) = 0$ と $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\psi_{\mathrm{III}}(x) = 0$ に注意せよ。ここで $\psi_{\mathrm{II}}(x)$ と $\psi_{\mathrm{III}}(x)$ は、それぞれ領域 II と III における波動関数である。

4. 隣り合う領域の境界点では、両境界での波動関数 $\psi(x)$ は連続に接続し、両領域の導関数 $\dfrac{\mathrm{d}\psi(x)}{\mathrm{d}x}$ も連続に接続する。これらの条件を用いることで、問 2. と問 3. で求めた一般解の 4 つの未定の係数のうち 2 つは消去することができる。残った 2 つの係数が非自明な解を持ち、領域 I と II、および領域 I と III のそれぞれの境界条件を満たす k と λ の関係式を求めよ。

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成２９年度１０月入学・平成３０年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－Ⅳ(熱統計力学)

次の問題に答えよ。ただし、モル気体定数を R、定積モル比熱をC_v、定圧モル比熱をC_pとする。

1. 温度T_1、体積V_1の 1 mol の理想気体を、温度T_2、体積V_2まで変化させる。この場合のエントロピーの変化ΔSを求めよ。

2. pを圧力、Vを体積を表す変数とする。理想気体を、(p_1, V_1)から(p_2, V_2)まで断熱変化させる。その後、(p_2, V_1)まで等圧変化させる。最後に、体積をV_1に保ったまま、圧力をp_1まで等積変化で増加させる。$\gamma = C_p/C_v$とする。

   a) この変化の様子を、(p, V)ダイアグラム上に示せ。図はフリーハンドでよいが、p_1、p_2、V_1、V_2を明記すること。

   b) このサイクルで理想気体が外部に対して行う仕事Wを求めよ。

   c) このサイクルで理想気体が吸収する熱量Qを求めよ。

   d) このサイクルの熱効率$\eta = W/Q$が、

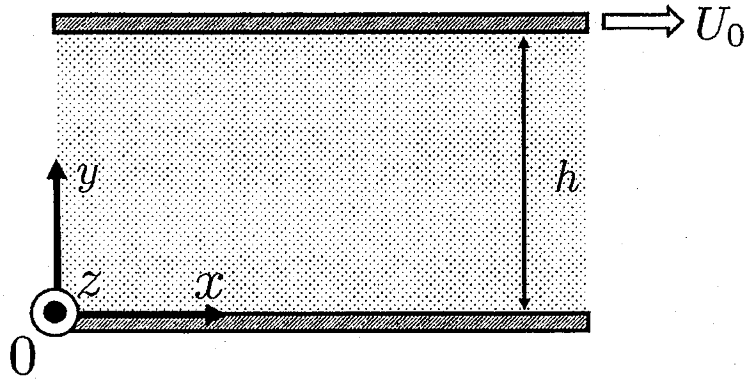
$$\eta = 1 - \gamma \frac{\frac{V_2}{V_1} - 1}{\frac{p_1}{p_2} - 1}$$

   となることを示せ。

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成２９年度１０月入学・平成３０年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－V（流体工学）

下図のように、無限に広がる間隔 h の平行平板間に質量密度と粘性係数が一定の流体がある。下側の平板が静止し、上側の平板が速度 U_0 で x 方向へ運動している場合の非圧縮、定常流れ（クエット流れ）について考える。このとき、壁面での流体は壁面と一緒に動く（non-slip 条件）とする。以下の問いに答えよ。



1. 外力が0、圧力を p、粘性係数を μ、x 方向の速度成分を u、y 方向の速度成分を v、z 方向の速度成分を w としたとき、ナビエ・ストークスの式を導出せよ。このとき、圧力勾配は一定としてよい。

2. この系の境界条件を答えよ。

3. 問 1. と問 2. の解答を用いて、平行平板間の速度分布 $u(y)$ を導出せよ。

4. 無次元圧力 P を、

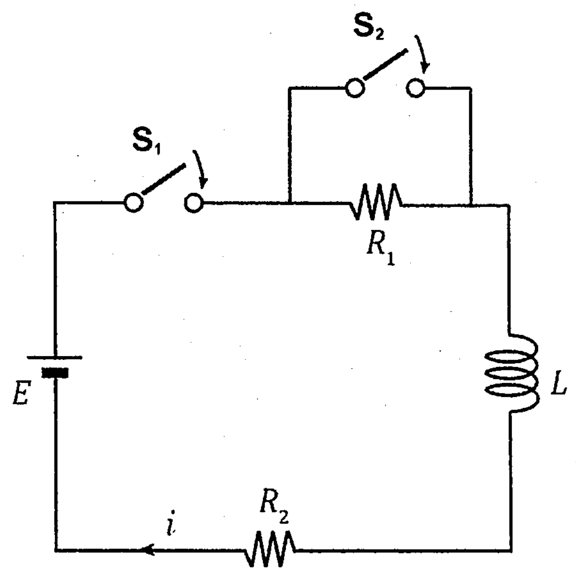
$$P = \frac{h^2}{2\mu U_0}\left(-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right)$$

と定義した時、P=−3、0、2 の場合の速度分布 $u(y)$ の概略図を描け。図はフリーハンドでよいが、P が異なる場合が区別できるように描くこと。

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成２９年度１０月入学・平成３０年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－Ⅵ（電気工学）

直流電源E、抵抗R_1およびR_2、インダクタンスLのコイルからなる図のような回路において、スイッチ $\mathbf{S_1}$ を時刻$t=0$で閉じ、ついでスイッチ $\mathbf{S_2}$ を時刻$t=T\,(T>0)$で閉じた場合、次の問題に答えよ。



1. $0 \le t \le T$ における回路方程式（微分方程式）をキルヒホッフの法則を用いて記述せよ。ただし、抵抗R_2を流れる電流をiとする。
2. $0 \le t \le T$ における電流iの時間変化を時刻tの関数として求めよ。
3. $t=T$ における電流iを求めよ。
4. $t \ge T$ における電流iの時間変化を時刻tの関数として求めよ。
5. 電流iの時間変化を図示せよ。図はフリーハンドでよい。