受験番号	

２０１８（平成３０）年度（１０月入学）

２０１９（平成３１）年度（　４月入学）

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻

５年一貫制博士課程

入学者選抜試験　筆記（専門科目）問題

【注意事項】

・試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。

・本問題冊子は，６ページ（本紙を除く）である。
問題用紙及び解答用紙の不備，落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。

・６題の試験問題の中から，３題を選択，解答すること。

・問題１題につき対応する１枚の解答用紙（両面使用可）を使用すること。

・問題冊子及び６枚全ての解答用紙の指定箇所に受験番号を必ず記入すること。

・採点を希望する問題の解答用紙の採点希望欄に○印を，希望しない問題の解答用紙には×印を記入すること。４枚以上の解答用紙に○印を付けた場合には，全ての解答が無効となることに注意すること。

・問題冊子の余白は，計算に用いてよい。

・問題冊子及び解答用紙は持ち帰らないこと。

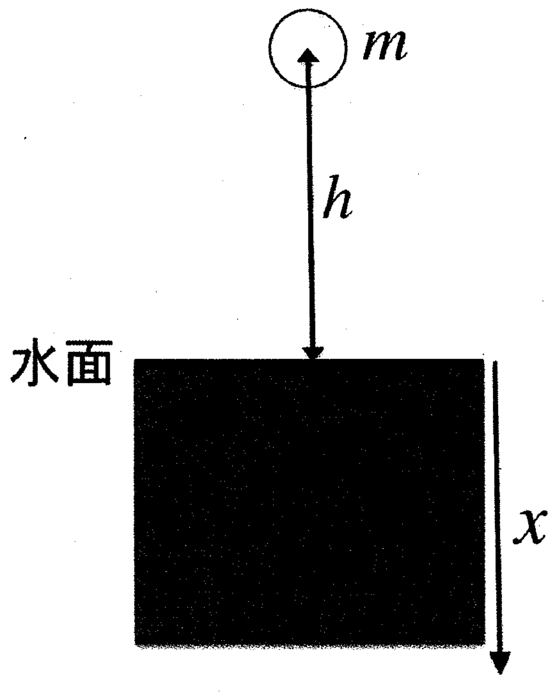
問題番号	専門科目－Ｉ（古典力学）

図のように、質量 m の物体を水面から h の高さから初速 0 で自由落下させる。物体の大きさと形は考えない。

1. 物体が水面に当たるまでの運動を考える。このとき、鉛直下向き方向を正として物体の運動方程式を求めよ。さらに、物体が水面に当たるときの速度 V_0 を求めよ。なお、空気抵抗は無視できるものとする。また、重力加速度を g とする。

次に、水中での物体の運動を考える。水中では物体の重力と浮力が釣り合っているとし、物体への水の抵抗力は bV^2 で表されるとする。ここで b は正の定数、V は物体の速度である。物体の水面からの深さを x とし、水面を $x=0$ として以下の問いに答えよ。なお、x は図の向きを正とする。

2. 水中での物体の運動方程式を求めよ。
3. V を x で表せ。
4. 物体が水面に到達したときからの時間を t として $x(t)$ を求めよ。



総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成３０年度１０月入学・平成３１年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－Ⅱ（電磁気学）

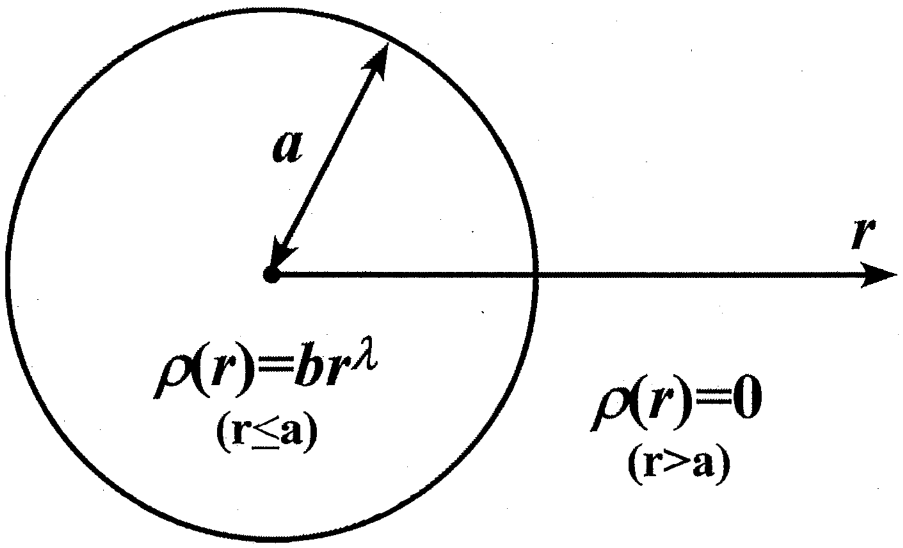
図のように、λを負でない数として、半径aの球内($r \le a$)の電荷密度が$\rho(r) = b\,r^{\lambda}$で与えられている。ここで、rは球の中心からの距離である。球外($r > a$)の電荷密度を$\rho(r)=0$として、次の問題に答えよ。

1. 球の全電荷を Q として、b を表す式を求めよ。

2. 問 1.およびガウスの法則を用いて、$r \le a, r > a$における電場を求めよ。

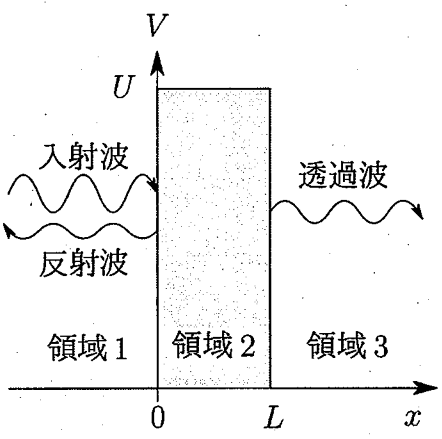
3. 問 2.で求められた電場による、任意の r に対する電位を求めよ。

4. $\lambda = 0$の場合、問 2.および問 3.で求めた電場、電位の概略図を示せ。



問題番号	専門科目－Ⅲ（量子力学）

図と式 (1) で示した幅 L、高さ U の１次元ポテンシャル障壁 $V(x)$ へ粒子が左側から入射している。ここで、運動エネルギー E とポテンシャル障壁は、条件 $0 < E < U$ を満たしている。粒子の波動関数は式 (2) で示したように、時間に依存しないシュレディンガー方程式に従うものとする。なお、m は粒子の質量であり、$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ で h はプランク定数である。このような系では入射する波動関数は障壁で一部反射し、その他は障壁を透過する。以下の問題に答えよ。



$$V(x) = \begin{cases} 0 & (\text{領域 } 1 : x \le 0) \\ U & (\text{領域 } 2 : 0 \le x \le L) \\ 0 & (\text{領域 } 3 : x \ge L) \end{cases} \tag{1}$$

$$\left[\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)^2 + V(x)\right]\psi(x) = E\psi(x) \tag{2}$$

1. $k = \dfrac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$、$\lambda = \dfrac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}$ とし、領域 1、領域 2、領域 3、それぞれの波動関数を $\psi_1(x)$、$\psi_2(x)$、$\psi_3(x)$ として、各領域に対して式 (2) のシュレディンガー方程式を変形せよ。

2. 問 1. の各領域で変形したシュレディンガー方程式の一般解を求めよ。

3. 問 2. で求めた各領域での波動関数の一般解のうち、$\psi_1(x)$ と $\psi_2(x)$ は境界 $x = 0$ で、また $\psi_2(x)$ と $\psi_3(x)$ は境界 $x = L$ で、波動関数とその波動関数の x に対する１次導関数が連続である。これらの境界条件から、領域 2 の積分定数を消去することで、領域 1 の積分定数を領域 3 の積分定数で表せ。

4. 確率密度流は $\psi^*(x)\dfrac{\hat{p}}{m}\psi(x)$ の実部として表すことができる。ここで、$\psi^*(x)$ は $\psi(x)$ の複素共役を表し、$\hat{p}$ は運動量演算子で $\hat{p} = -i\hbar\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ である。領域 1 の入射波に対する領域 3 での透過波の確率密度流の比を求めよ。

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成３０年度１０月入学・平成３１年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－Ⅳ(熱統計力学)

理想気体の熱力学に関する以下の問題に答えよ。

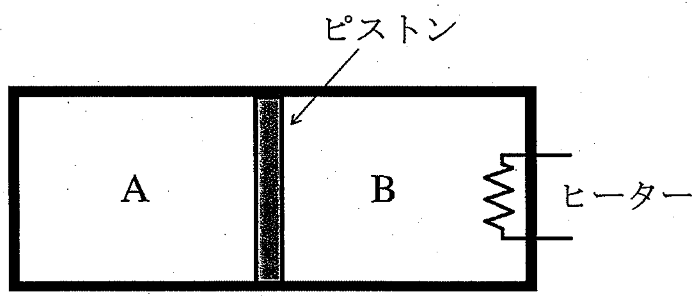
1. n モルの理想気体の状態方程式を書け。ただし、P を圧力、T を温度、V を体積とし、R を気体定数とする。

2. 問 1. での理想気体が準静的に断熱変化する場合、温度変化を $\mathrm{d}T$、体積変化を $\mathrm{d}V$ とすると、熱力学第一法則により、$nC_V\mathrm{d}T = -P\mathrm{d}V$ の関係が成り立つ。ここで、C_V は定積モル比熱である。
このとき、$\gamma = \dfrac{C_V + R}{C_V}$ として、$TV^{\gamma-1} =$ 一定、$PV^{\gamma} =$ 一定 となることを示せ。

図のように、摩擦のないピストンで隙間なく仕切られた２つの部屋 A、B をもつ円筒容器を考える。ピストン、円筒容器ともに断熱体から成っており、部屋 B にはヒーターが設置されている。いま、部屋 A、B に同じ単原子分子理想気体を１モルずつ封入し、双方ともに、体積 V_0、圧力 P_0、温度 T_0 の初期状態にあるとする。

3. ヒーターで準静的に熱を与えたところ、部屋 B の気体の体積が V_{B} に変化し、両方の部屋の圧力が P_1 となった。このときの部屋 A の気体の温度 T_{A} と部屋 B の気体の温度 T_{B} との比を求めよ。
また、加熱後の圧力 P_1 と初期状態の圧力 P_0 との比を、問 2. の断熱過程に関する $PV^{\gamma} =$ 一定 の関係を用いて求めよ。

4. $V_{\mathrm{B}} = \alpha V_0$、$(1 < \alpha < 2)$ の場合、部屋 B の気体にヒーターから与えられた熱量 Q を R、T_0、α および γ を用いて表せ。ここで、$C_V = \dfrac{3}{2}R$ である。



総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成３０年度１０月入学・平成３１年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－V（数学）

行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

を考える。以下の問題に答えよ。

1. 行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ。
2. 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。ただし、ここでは固有ベクトルを正規化しなくともよい。
3. 問 2. で求めた行列 A の固有ベクトルを用いて、行列 A を対角化する正則行列 P を求め、行列 A を対角化せよ。
4. 問 2. で求めた行列 A の固有値 λ_i に対応する正規固有ベクトルを $\mathbf{e}_i$ とすると、行列 A は

$$A = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \mathbf{e}_i{}^T \mathbf{e}_i$$

とスペクトル分解できることを証明せよ。ここで p は固有値の個数である。

総合研究大学院大学物理科学研究科核融合科学専攻
平成３０年度１０月入学・平成３１年度４月入学
５年一貫制博士課程入学者選抜試験問題

問題番号	専門科目－VI（電気工学）

図に示すように、相互インダクタンス M で結合した２つの回路について、以下の問題に答えよ。L は自己インダクタンス、i_1 と i_2 は電流、C は静電容量である。電圧は $E = E_0 \sin(\omega t)$ （t は時間、ωは角周波数）とする。

１．図に示す２つの閉回路の回路方程式を書け。

２．問 1.の回路方程式を解いて、i_1 と i_2 を導け。

３．i_2 を０とする条件を求めよ。

４．$L = 0.1$ H、$M = 0.09$ H、$C = 0.00012$ F、$\omega = 300$ rad/s、$E_0 = 10$ V の場合の $i_1(t)$、$i_2(t)$を求め、$0 \le t \le \frac{2\pi}{\omega}$ の時間変化を図示せよ。図はフリーハンドで良い。